

Ministerio de
Educación

Gobierno de Chile







Guía de Aprendizaje Nº 2

RAZONES Y PROPORCIONES.

Educación Matemática
Primer nivel o ciclo de Educación Media
Educación para Personas Jóvenes y Adultas






Guía de Aprendizaje Nº 2

RAZONES Y PROPORCIONES.

Educación Matemática
Primer nivel o ciclo de Educación Media
Educación para Personas Jóvenes y Adultas

Avda. Bernardo O'Higgins 1371, Santiago de Chile

Guía de Aprendizaje N°2

RAZONES Y PROPORCIONES

Primer Nivel o Ciclo de Educación Media

Educación para Personas Jóvenes y Adultas

Primera edición, año 2013
Inscripción Nº 223.861

Autores:
Mauricio Huircan Cabrera
Katherina Carmona Valdés

Colaboradores:
Nicolás de Rosas Cisterna, Rosita Garrido Labbé,
María Angélica Contreras Fernando, Pablo Canales Arenas y Carolina Marambio Cárcamo.
Walter Roberto Valdivieso Sepúlveda, Manuel Ernesto Urzúa Bouffanais.

Edición:
Jose Luis Moncada Campos

Revisión editorial matemática:
Carla Falcón Simonelli

Coordinación Nacional de Educación de Personas Jóvenes y Adultas
División de Educación General

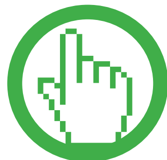
Reimpresión por A Impresores, año 2019

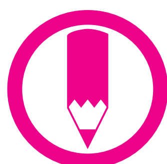
Iconografía


Información


Atención


Tips


Página Web


Actividad


Atividad en el cuaderno


Evaluación



Maniquí que tiene las **proporciones** precisas para realizar la mayoría de las posiciones humanas.

Presentación

La matemática nos acompaña en la mayoría de las áreas del conocimiento humano, está guía de aprendizaje pretende mostrarte algunas de las aplicaciones que puedes enfrentar en el que hacer diario o laboral, cuando dibujamos una figura humana, cuando dimensionamos una tela, cuando repartimos trozos de torta en el cumpleaños de nuestros hijos o en tantas actividades que se nos presentan a diario.

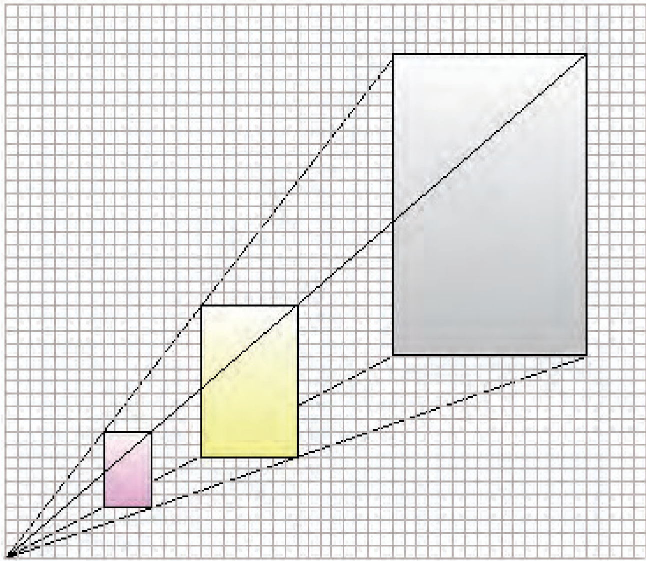
Para practicar, se presentan tres guías de trabajo:

- La primera, comienza con la conceptualización de la proporcionalidad, para avanzar aplicándola en situaciones cotidianas.
- La segunda guía de aprendizaje trata de los porcentajes.
- El trabajo de la tercera guía se centra en el manejo numérico con potencias y notación científica, desde lo procedimental.

El material que la Coordinación Nacional para la Educación de Personas Jóvenes y Adultas del Ministerio de Educación (Mineduc) pone a su disposición, consiste en herramientas para manejar y potenciar el uso adecuado del lenguaje de las matemáticas en el ámbito de las razones y proporciones, porcentajes y potencias. Esta guía pretende apoyarlo en la construcción de su aprendizaje bajo la premisa del **aprender haciendo**. Es decir, mediante un proceso proactivo, donde usted es el protagonista.



PROPORCIONALIDAD





Contenidos

- **Razones y proporciones**
- **Proporcionalidad directa**
- **Proporcionalidad indirecta**
- **Teorema fundamental de las proporciones**
- **Variables dependientes e independientes**

Para comprender el concepto de proporcionalidad debemos conocer en primera instancia **que son las razones.**

RAZÓN

En matemáticas una razón es la comparación de dos cantidades, por medio de división o cociente.

La razón entre a y b, cuando b es un número distinto de cero, se escribe:

$\frac{a}{b}$ o $a : b$ y se lee «a es a b»

Por ejemplo, la razón entre 6 y 5 se escribe:

$\frac{6}{5}$ o 6 : 5 y se lee «seis es a cinco»

TIPS

En una razón escrita como fracción:

El numerador recibe el nombre de antecedente

$$\frac{a}{b} \quad b \neq 0$$

El denominador recibe el nombre de consecuente

El denominador debe ser distinto de cero





¿CÓMO CALCULAMOS UNA RAZÓN?

Calcular una razón, significa determinar el valor de ésta, el que se establece haciendo la división entre el antecedente y el consecuente.



Ejemplos:

a) El valor de la razón entre 1 y 2 es:

$\frac{1}{2} \rightarrow 1:2 \rightarrow 1:2 = 0{,}5$

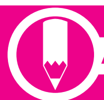
10

0

b) El valor de la razón entre 100 y 50 es:

$\frac{100}{50} \rightarrow 100:50 \rightarrow 100:50 = 2$

0



Resuelva de acuerdo con lo solicitado en cada caso.
(Utilice la calculadora solo para comprobar sus resultados)

1) Escriba la razón entre los pares de números dados y calcule su valor:

a) 7 y 5	**b)** 6 y 18	**c)** 20 y 80

2) En cada caso, escriba la razón y determine su valor:

a) Antecedente 200 y consecuente 300:	**b)** Antecedente 5 y consecuente 3:

3) Escriba la razón entre la distancia (d) recorrida por un automóvil y el tiempo (t) empleado:



Velocidad es una razón entre la distancia y el tiempo.

a) d = 300 km t = 3 h	**b)** d = 588 km t = 12 h
c) d = 70 km t = 2,5 h	**d)** d = 15.000 m t = 30 s

4) Con la ayuda de una planilla electrónica, como Excel de Microsoft Office y la ayuda del profesor, ingrese los datos del ejercicio anterior y escriba la fórmula para calcular las velocidades pedidas.

	A	B	C	D	E	F
1	Distancia	Tiempo	Velocidad			
2	300	3	= A2/B2			
3	588	12				
4	70	2,5				
5	15000	30				
6	850000	150				
7						
8						
9						
10						

TIPS

En Excel, para hacer cálculos entre elementos de las filas, seleccione la celda donde quiere que aparezca el resultado.

En este caso: C2

Luego escriba el signo igual y a continuación la operación aritmética que desea realizar en esta celda.

En este caso: = A2/B2

Análogamente para los cuadros: C3, C4, C5, C6, o copiar el cuadro C2, en los cuadros C3, C4, C5, C6.



¿QUÉ ES UNA PROPORCIÓN?

Una proporción es la igualdad entre dos o más razones. Se escribe:

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$ o $a : b = c : d = k$ $\quad b, d \neq 0$ y para que pueda existir la razón a,c ≠ 0

TIPS

Se denomina **Constante de proporcionalidad (k)** al resultado de la división de las razones, **el cual es el mismo para cada una de ellas** en una proporción.

Se lee: **«** a es a b como c es a d **»**

k: Constante de proporcionalidad

a, d : Se denominan extremos de la proporción.

b, c : Se denominan medios de la proporción.

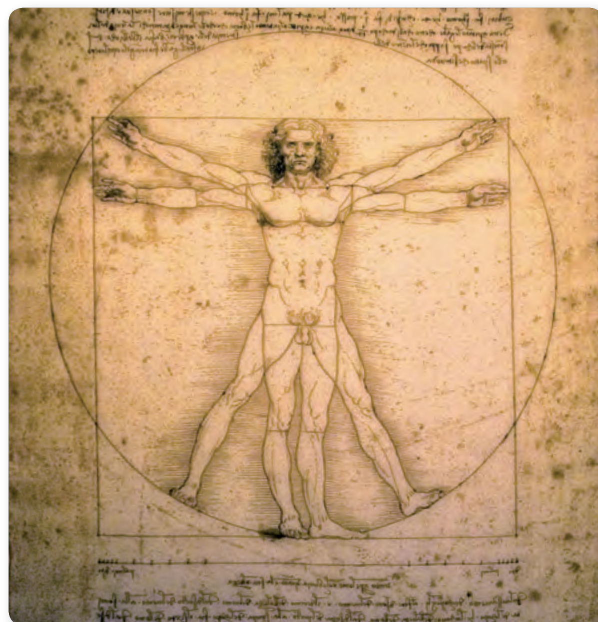


Ejemplos:

a) $\frac{7}{3} = \frac{14}{6} = 2,\overline{3}$

b) $\frac{10}{50} = \frac{5}{25} = \frac{15}{75} = \frac{1}{5} = 0,2$

c) $\frac{6}{3} = \frac{4}{2} = \frac{2}{1} = \frac{100}{50} = 2$



TEOREMA FUNDAMENTAL DE LAS PROPORCIONES (TFP)

El Teorema Fundamental de las Proporciones dice que: En una proporción, el producto de los extremos es igual al producto de los medios:

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \rightarrow a \bullet d = b \bullet c$ $\quad b, d \neq 0$ y para que pueda existir la razón a,c ≠ 0



Ejemplos:

a) $\frac{3}{4} = \frac{9}{12} \rightarrow 3 \bullet 12 = 4 \bullet 9$

b) $\frac{30}{15} = \frac{6}{3} \rightarrow 30 \bullet 3 = 15 \bullet 6$

Recíprocamente: Dos productos iguales pueden escribirse como una proporción:

$a \bullet d = b \bullet c \rightarrow \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ $\quad b, d \neq 0$ y para que pueda existir la razón a,c ≠ 0



Ejemplos:

a) $3 \bullet 12 = 4 \bullet 9 \rightarrow \frac{3}{4} = \frac{9}{12}$

b) $30 \bullet 3 = 15 \bullet 6 \rightarrow \frac{30}{15} = \frac{6}{3}$



ACTIVIDAD **Utilice el teorema fundamental para formar proporciones a partir de las siguientes igualdades:**

a) $20 \bullet 3 = 12 \bullet 5$

b) $a \bullet b = 24$

c) $h^2 = a \bullet b$

d) $m \bullet n = p \bullet q$



Recordar que producto de los extremos es igual al producto de los medios:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \rightarrow a \bullet d = b \bullet c$$



Ejemplo:

Dada la igualdad $30 \bullet 6 = 90 \bullet 2$ se pueden formar ocho proporciones:

a) $\frac{30}{90} = \frac{2}{6}$

b) $\frac{90}{30} = \frac{6}{2}$

c) $\frac{6}{90} = \frac{2}{30}$

d) $\frac{2}{6} = \frac{30}{90}$

e) $\frac{30}{2} = \frac{90}{6}$

f) $\frac{90}{6} = \frac{30}{2}$

g) $\frac{6}{2} = \frac{90}{30}$

h) $\frac{2}{30} = \frac{6}{90}$



Solución de ecuaciones

Para resolver ecuaciones, como la dada, se aplica el Teorema Fundamental de las Proporciones (TFP).



Ejemplo:

$\frac{x}{6} = \frac{25}{5}$	Aplicando el TFP: Los productos de medios y extremos son iguales
$5x = 6 \cdot 25$	Dividimos por 5 a ambos lados de la igualdad.
$x = \frac{6 \cdot \cancel{25}^{5}}{\cancel{5}}$ $x = 30$	Operando



ACTIVIDAD **Resuelva los siguientes ejercicios:**

1) Con los datos escriba una proporción y calcule el valor de la incógnita.

a) 5, 7, 15, x	**b)** 3, 5, 9, z
c) 10, 12, 6, y	**d)** 8, 7, 24, p

¿Cuántos valores correctos distintos se pueden obtener para cada incógnita?, explique por qué.

....

....

2) Dadas las proporciones, calcule el valor de la incógnita.

a) $\frac{x}{4} = \frac{15}{6}$ $x =$	**b)** $\frac{63}{x} = \frac{9}{7}$ $x =$	**c)** $\frac{8}{5} = \frac{64}{y}$ $y =$
d) $\frac{49}{56} = \frac{z}{8}$ $z =$	**e)** $\frac{5x + 2}{3x + 25} = \frac{1}{2}$ $x =$	**f)** $\frac{8x - 10}{13x - 2x} = \frac{2}{2}$ $x =$

TIPS

Recuerde utilizar el teorema fundamental de las proporciones para generar las igualdades que se requieren para el cálculo de x, y o z.



EJERCICIOS RESUELTOS DE RAZONES.

1) En un curso, la razón entre la cantidad de hombres y de mujeres es 3 : 2. Si hay 24 hombres, **¿cuántos estudiantes hay en total en el curso?**

Solución: Se exponen dos formas de trabajo



Datos del problema:

h : número de hombres en el curso.

m : número de mujeres en el curso.

La razón entre hombres y mujeres es 3 : 2

→ $h : m = 3 : 2$ o bien $h : 3 = m : 2$

En el curso hay 24 hombres

→ $h = 24$

FORMA 1

Reemplazamos $h = 24$ en la proporción

$h : 3 = m : 2$

$24 : 3 = m : 2$

$$\frac{24}{3} = \frac{m}{2}$$

Despejamos m:

$24 \cdot 2 = 3m$

$$\frac{24 \cdot 2}{3} = m \rightarrow \frac{48}{3} = m$$

$16 = m$

FORMA 2

Se iguala cada razón por separado con la constante de proporcionalidad k :

$$\frac{h}{3} = k \rightarrow h = 3k$$

$$\frac{m}{2} = k \rightarrow m = 2k$$

Como $h = 24$, reemplazamos en $h = 3k$

$$24 = 3k \rightarrow \frac{24}{3} = k$$

$\therefore\ k = 8$

Reemplazando el valor de $k = 8$ en

$m = 2k \rightarrow m = 2 \cdot 8$

$m = 16$

Respuesta:
Hay 40 estudiantes en el curso, 24 hombres y 16 mujeres.



Resuelva la siguiente situación, utilizando una de las dos formas de resolución desarrolladas en el ejercicio anterior. Explique por qué eligió ese método.

En un turno de la empresa de aseo AXZG, la razón entre la cantidad de aseadores hombres y mujeres es 5 : 3. Si hay 25 hombres, **¿cuántas aseadoras hay en el turno?**

2) Un gásfiter y su ayudante, reciben por la instalación de tres sanitarios $ 270.000, los que se reparten en la razón 7 : 2, **¿cuánto dinero recibirá cada uno?**



Solución: Se exponen dos formas de trabajo

Datos del problema:

g : Dinero que recibirá el gásfiter.

a : Dinero que recibirá el ayudante.

Gásfiter y ayudante reciben $ 270.000

→ $g + a = 270.000$

El dinero lo reparten en la razón 7 : 2

→ $g : a = 7 : 2$ o bien $g : 7 = a : 2$

FORMA 1

Despejamos g de la proporción $g : a = 7 : 2$

$$g = \frac{7}{2} a$$

Reemplazamos $g = \frac{7}{2} a$ **en** $g + a = 270.000$

$\frac{7}{2} a + a = 270.000$

$\frac{9}{2} a = 270.000$ **Despejamos a:**

$a = \frac{2}{9} \cdot 270.000$

$\therefore a = 60.000$

Si el ayudante recibe $ 60.000 y juntos reciben $ 270.000, entonces el gásfiter recibe $ 210.000

FORMA 2

Se iguala cada razón por separado con la constante de proporcionalidad k :

$\frac{g}{7} = k \rightarrow g = 7k$ $\qquad$ $\frac{a}{2} = k \rightarrow a = 2k$

Reemplazando g y a en términos de k en

$g + a = 270.000$

$7k + 2k = 270.000$

$9k = 270.000$

$k = \frac{270.000}{9}$

$\therefore k = 30.000$

Reemplazando el valor de $k = 30.000$

$g = 7k = 7 \cdot 30.000 = 210.000$

$\therefore g = 210.000$

$a = 2k = 2 \cdot 30.000 = 60.000$

$\therefore a = 60.000$

Respuesta:
Pago al ayudante: $ 60.000 $\qquad$ **Pago del gásfiter: $ 210.000**

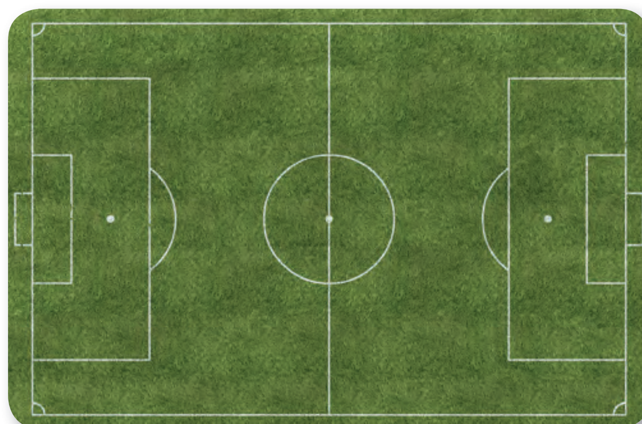


Resuelva la siguiente situación, utilizando una de las dos formas de resolución desarrolladas en el ejercicio anterior. Explique por qué eligió ese método.

El sueldo mensual de un chofer y un peoneta, están en la razón 4 : 3 respectivamente. Si ambos sueldos suman $ 700.000, **¿cuál es el sueldo de cada uno?**

3) El perímetro de una cancha de fútbol mide 432 metros. Si la razón entre el ancho y el largo es 5 : 7, **¿cuánto mide cada lado de la cancha?**

Solución: Se exponen dos formas de trabajo



Datos del problema:

a : medida del ancho de la cancha de fútbol.

ℓ : medida del largo de la cancha de fútbol.

El perímetro de la cancha mide 432 metros

$\rightarrow 2a + 2\ell = 432$

La razón entre el ancho y el largo es 5 : 7

$\rightarrow \frac{a}{5} = \frac{\ell}{7}$

FORMA 1

En la proporción $\frac{a}{5} = \frac{\ell}{7}$ **despejamos** a:

$a = \frac{5}{7}\ell$

Reemplazamos este valor en $2a + 2\ell = 432$

$2 \bullet \frac{5}{7}\ell + 2\ell = 432$

$\frac{5}{7}\ell + \ell = 216$

$\frac{12}{7}\ell = 216$

$\ell = \frac{7}{12} \bullet 216$

$\therefore \ell = 126$

Calculamos a **reemplazando** $\ell = 126$ **en**

$a = \frac{5}{7}\ell \rightarrow a = \frac{5}{7} \bullet 126$

$\therefore a = 90$

FORMA 2

Se iguala cada razón por separado a la constante de proporcionalidad k **:**

$\frac{a}{5} = k \rightarrow a = 5k$

$\frac{\ell}{7} = k \rightarrow \ell = 7k$

Reemplazando a **y** ℓ **en términos de** k

$2a + 2\ell = 432$

$a + \ell = 216$

$5k + 7k = 216$

$12k = 216$

$k = \frac{216}{12}$

$\therefore k = 18$

Reemplazando el valor $k = 18$

$a = 5k = 5 \bullet 18 = 90$

$\therefore a = 90$

$\therefore \ell = 126$

Respuesta:
El ancho de la cancha es de 90 metros y el largo 126 metros.



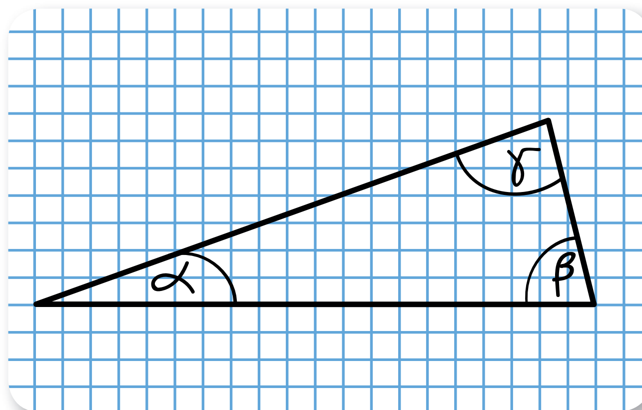
Resuelva la siguiente situación, utilizando una de las dos formas de resolución desarrolladas en el ejercicio anterior. Explique por qué eligió ese método.

El perímetro de un estacionamiento mide 100 metros. Si la razón entre el ancho y el largo es 2 : 3.

¿Cuáles son las medidas de cada lado del estacionamiento?

4) Las medidas de los ángulos interiores de un triángulo están en la razón 4 : 15 : 17

¿Cuánto mide cada uno de los ángulos?



Solución:

Datos del problema:

La suma de las medidas de los ángulos interiores de un triángulo es de 180º

$\rightarrow \alpha + \beta + \gamma = 180$

La razón entre los ángulos interiores es 4 : 15 : 17

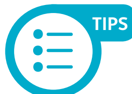
$\rightarrow \alpha : \beta : \gamma = 4 : 15 : 17$ o $\frac{\alpha}{4} = \frac{\beta}{15} = \frac{\gamma}{17} = k$

Igualamos cada razón por separado a la constante de proporcionalidad:

$\frac{\alpha}{4} = k \rightarrow \alpha = 4k$

$\frac{\beta}{15} = k \rightarrow \beta = 15k$

$\frac{\gamma}{17} = k \rightarrow \gamma = 17k$



Recuerde que en todo triángulo, la suma de la medida de los ángulos interiores es 180º

Reemplazamos α, β y γ en términos de k en

$\alpha + \beta + \gamma = 180$

$4k + 15k + 17k = 180$ **Reduciendo términos semejantes**

$36k = 180$

Despejando k

$k = \frac{180}{36}$

$\therefore k = 5$

Reemplazando $k = 5$ obtenemos las medidas de α, β y γ :

$\alpha = 4k \rightarrow \alpha = 4 \cdot 5 = 20$

$\beta = 15k \rightarrow \beta = 15 \cdot 5 = 75$

$\gamma = 17k \rightarrow \gamma = 17 \cdot 5 = 85$

Respuesta:
La medida de los ángulos interiores es α = 20º, β = 75º, γ = 85º



Resuelva la siguiente situación, utilizando el procedimiento recién empleado.

Las medidas de los ángulos interiores de un triángulo están en la razón 3 : 4 : 5

¿Cuánto mide cada uno de los ángulos?



Resuelva las siguientes situaciones:

1) En la farmacia «Cerca de su barrio» la razón entre las tiras de aspirinas de adulto y de niños que venden en un mes es de 5 : 3. Si vendieron 1.340 tiras de adulto **¿cuántas tiras de aspirinas de niño vendieron?**



2) Las edades de dos hermanos son entre sí como 2 : 5 y ambas edades suman 28 años, **¿cuál es la edad de cada uno?**



3) Las edades de Jenny y Claudio son 25 y 35 años respectivamente. **¿Dentro de cuántos años estarán las edades en la razón 4 : 5?**



4) Camila y su hijo compran una pizza para celebrar su nuevo trabajo. Si Camila come 4 trozos y lo que comen está en la razón 2 : 1, **¿cuántos trozos de pizza come su hijo?**



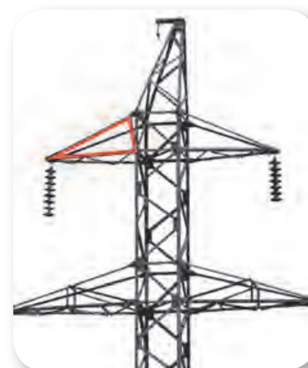
5) El mapa indica que la escala en centímetros con que está hecho es 5: 1.000.000. Por lo tanto, **¿cuántos kilómetros de largo tiene en la realidad un río que en el mapa mide 18 cm?**



6) Las edades de dos hermanas son entre sí como 4 : 6. La edad de la mayor supera a la menor en 4 años **¿Cuál es la edad de cada una?**



7) Uno de los triángulos que se forma en una torre de electricidad, tiene sus ángulos interiores en la razón 1 : 5 : 6, **¿cuánto mide cada ángulo interior?**



TIPS

Recuerde que una rázon es el cociente entre dos valores y su resultado la constante de proporcionalidad.



VARIABLES DEPENDIENTES E INDEPENDIENTES

En matemática se utilizan los términos constante y variable.

Constante: Es un valor fijo que se simboliza o escribe directamente en una expresión matemática.

Variable: Es una letra o símbolo dentro de una expresión o fórmula matemática que representa una magnitud que toma diversos valores.

Existen variables independientes y variables dependientes:

- Las variables independientes pueden tomar cualquier valor dentro de un rango de valores posibles.
- Las variables dependientes adquieren valores en función de la valoración dada a las variables independientes.



Ejemplos:

Situación	Variable dependiente	Variable independiente	Relación entre las variables
La señora Patricia teje chalecos de lana.	Número de chalecos que tejerá.	Gramos de lana que dispone.	Entre más gramos de lana posea la señora Patricia podrá tejer más chalecos.
Trabajadores construyen un edificio.	Tiempo que demorarán en construir el edificio.	Número de trabajadores que construyen el edificio.	Entre más trabajadores participen en la construcción del edificio demorarán menos tiempo.
Un camión transporta electrodomésticos de una bodega a una tienda.	Número de viajes que el camión realizará.	Cantidad de electrodomésticos que el camión debe transportar.	Entre más electrodomésticos debe transportar el camión, más viajes debe realizar.
Mauricio conduce un automóvil desde su trabajo a su casa.	Tiempo que demora en llegar a su casa.	Velocidad a la que conduce.	Si Mauricio conduce a mayor velocidad demorará menos tiempo en llegar a su casa.



Escriba cinco situaciones en las que intervengan dos variables relacionadas entre sí. Identifique la variable dependiente, la independiente e indique la relación entre ellas.

PROPORCIONALIDAD DIRECTA

a es directamente proporcional a b si al aumentar a, b también aumenta manteniendo la proporcionalidad o si al disminuir a, b también disminuye manteniendo la proporcionalidad

En este día tan frío quiero cocinar una «crema a la reina»



Para cuatro personas debe agregar 30 gramos de harina y 2 huevos para que quede muy cremosa. Si llegan más personas debemos aumentar ingredientes en forma **proporcional**.

Ingredientes	4 personas	6 personas	8 personas	10	12
Harina (gramos)	30	45	60	75	X
Huevos	2	3	4	5	9
Harina/huevos	30/2 = 15	45/3 = 15	60/4 = 15	75/5 = 15	



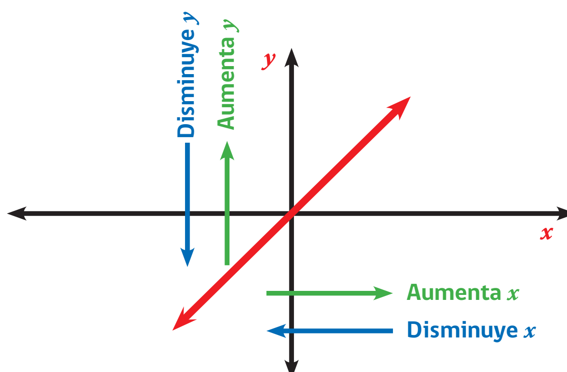
ACTIVIDAD **Lea detenidamente cada situación, determine las variables involucradas y escriba si son variables directamente proporcionales o no.**

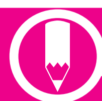
Situaciones	Variables	¿Son directamente proporcionales? ¿Por qué?
La cantidad de vocales de una palabra y la cantidad de consonantes de la misma palabra.		
La Fuerza aplicada a un cuerpo y la aceleración que adquiere (2da Ley de Newton)		
La medida del lado de un cuadrado y su perímetro.		
La medida del radio de una circunferencia y su perímetro.		
El color de pelo y la estatura de los estudiantes de 2do nivel de educación de adultos.		
Distancia recorrida por un automóvil y el tiempo que emplea en recorrerla a una velocidad constante.		
El número de hojas de un libro y su peso.		
Número de trabajadores de una faena y los días que demoran en construir un edificio.		

La grafica muestra el comportamiento que tienen dos variables directamente proporcionales, observe el comportamiento de la recta roja, si x aumenta, también lo hace y en la misma proporción, si x disminuye también lo hace y. De igual manera si y aumenta o disminuye, x lo hace también en la misma proporción.



Construye una tabla de valores y confeccione la gráfica de un móvil que se desplaza a razón de 20m/s.





ACTIVIDAD **Desarrolle cada actividad indicada**

1) La siguiente tabla muestra la edad de una madre y sus hijo según los años transcurridos a partir del año recién pasado.

Tiempo transcurrido en años	1	5	10	15
Edad del hijo	6	10	15	20
Edad de la madre	26	30	35	40

¿Son directamente proporcionales las edades? ¿Por qué?

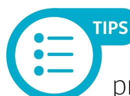
....

....

....

....

....



Para determinar la proporcionalidad debes calcular el valor de la razón entre las variables, si este valor se mantiene constante entonces las variables son proporcionales.

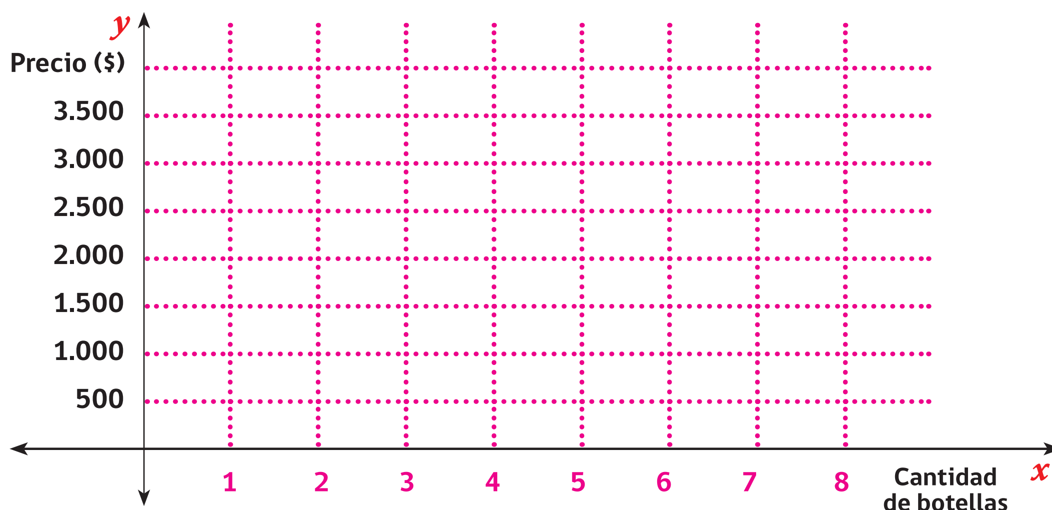


2) En días de mucho calor, el dueño del kiosco vende botellas de agua mineral. La cantidad de dinero que recaudará depende del número de botellas que venda. Complete la siguiente tabla:

Nº de botellas de agua mineral	**1**	**2**	**5**	**8**	**12**	**17**	**24**	**48**
Precio ($)	500							



Con la información anterior grafique:



Responda:

a) ¿Cuál es la razón entre el precio y el número de botellas de agua vendidas?

....

b) ¿Es constante?, ¿por qué?

....

c) ¿La cantidad de dinero que recaudará y el número de botellas que venda son directamente proporcionales? ¿Por qué?

....

d) ¿Cuánto costarán 6 botellas?, ¿y 33?

....



CARACTERIZACIÓN DE LA PROPORCIONALIDAD DIRECTA

Dos variables x e y, son directamente proporcionales si la razón entre ellas es constante cuando x es distinto de cero, es decir, $\frac{y}{x} = k$, donde k es la constante de proporcionalidad.



La relación de proporcionalidad $\frac{y}{x} = k$, $x \neq 0$ se puede representar por $y = k\,x$, que además de representar una recta que pasa por el origen, sirve para modelar situaciones y problemas que involucran la proporcionalidad directa.



EJERCICIOS RESUELTOS DE PROPORCIONALIDAD DIRECTA

1) Tres metros de género valen $ 6.000. **¿Cuánto valen once metros del mismo género?**

Solución

a) Datos del problema:

Metros de género	Precio del género
3	6.000
11	x



x : Precio de once metros de género.

b) Analizar la proporcionalidad.

Una atenta lectura, permite determinar que: Si la variable **metros de género** aumenta, la variable **precio** también lo hace en la misma razón, por el contrario, si una la variable disminuye, la otra también disminuye en la misma razón. Por lo tanto, se trata de una proporción directa.

c) Plantear la proporción como consecuencia del tipo de proporcionalidad y resolver.

FORMA 1

Con los datos del problema, formaremos la proporción:

$$\frac{3}{11} = \frac{6.000}{x}, \ x \neq 0$$

Despejamos x:

$$3x = 6.000 \bullet 11$$

$$x = \frac{66.000}{3}$$

$$x = 22.000$$

FORMA 2

Con los datos del problema, calculamos la constantede proporcionalidad (k).

$$k = \frac{\text{precio del género}}{\text{metros de género}} = \frac{6.000}{3} = 2.000$$

Tenemos que

$$k = \frac{\text{precio 11 metros de género}}{\text{11 metros de género}}$$

Reemplazando

$$2.000 = \frac{x}{11}$$

Despejando

$$x = 11 \bullet 2.000$$

$$x = 22.000$$

Respuesta:
Once metros del mismo género cuestan $ 22.000.

2) Una moto recorre 100 metros en 4 segundos. **¿Qué distancia recorre en 50 segundos, si mantiene su velocidad constante?**

Solución

a) Datos del problema:

Distancia en metros	Tiempo en segundos
100	4
x	50



x : Distancia que la moto recorre en 50 segundos.

b) Analizar la proporcionalidad.

Una atenta lectura, permite determinar que: Si la variable **distancia** aumenta, la variable **tiempo** también lo hace en la misma razón, por el contrario, si una variable disminuye, la otra también disminuye en la misma razón. Por lo tanto, se trata de una proporción directa.

c) Plantear la proporción como consecuencia del tipo de proporcionalidad y resolver.

FORMA 1

Con los datos del problema, formaremos la proporción:

$$\frac{100}{x} = \frac{4}{50} \text{ , } x \neq 0$$

Despejamos x:

$4x = 100 \cdot 50$

$x = \frac{5.000}{4}$

$x = 1.250$

FORMA 2

Con los datos del problema, calculamos la constante de proporcionalidad (k).

$$k = \frac{\text{distancia}}{\text{tiempo}} = \frac{100}{4} = 25$$

Tenemos que $k = \frac{\text{nueva distancia}}{\text{nuevo tiempo}}$

Reemplazando $25 = \frac{x}{50}$

Despejando $x = 25 \cdot 50$

$x = 1.250$

Respuesta:
En 50 segundos recorre 1.250 metros.

3) Durante una jornada de trabajo, 6 operarios cavan una zanja de 80 metros de longitud. **¿Cuántos metros cavarán 42 operarios trabajando en las mismas condiciones?**



Solución

a) Datos del problema:

Nº de operarios	Longitud de la zanja
6	80
42	x

x : Metros de una zanja que cavarán 42 operarios.

b) Analizar la proporcionalidad.

Una atenta lectura, permite determinar que: Si la variable **número de operarios** aumenta, la variable **longitud de la zanja** también lo hace en la misma razón, por el contrario, si una variable disminuye, la otra también disminuye en la misma razón. Por lo tanto, se trata de una proporción directa.

c) Plantear la proporción como consecuencia del tipo de proporcionalidad y resolver.

FORMA 1

Con los datos del problema, formaremos la proporción:

$$\frac{6}{42} = \frac{80}{x}, \; x \neq 0$$

Despejamos x:

$$6x = 80 \bullet 42$$

$$x = \frac{3.360}{6}$$

$$x = 560$$

FORMA 2

Con los datos del problema, calculamos la constante de proporcionalidad (k).

$$k = \frac{\text{longitud de la zanja}}{\text{número de operarios}} = \frac{80}{6} \rightarrow \text{simplificamos por 2} = \frac{40}{3}$$

Tenemos que $k = \dfrac{\text{nueva longitud de la zanja}}{\text{nuevo número de operarios}}$

Reemplazando $\dfrac{40}{3} = \dfrac{x}{42}$

Despejando $x = \dfrac{40 \bullet 42}{3}$

$$x = 560$$

Respuesta:
42 operarios cavarán 560 metros.

4) Teresa trabajó 3 horas y obtuvo una remuneración de $ 8.100. A esa razón, **¿cuánto tiempo le tomará ganar $ 27.000?**



x : Tiempo necesario para ganar $ 27.000.

Solución

a) Datos del problema:

Horas trabajadas	Remuneración obtenida
3	8.100
x	27.000

b) Analizar la proporcionalidad.
Una atenta lectura, permite determinar que: si la variable **horas trabajadas** aumenta, la variable **remuneración obtenida** también lo hace en la misma razón, por el contrario, si una variable disminuye, la otra también disminuye en la misma razón. Por lo tanto se trata de una proporción directa.

c) Plantear la proporción como consecuencia del tipo de proporcionalidad y resolver.

FORMA 1

Forme la proporción con los datos del problema:

$$\frac{3}{x} = \frac{8.100}{27.000}, \; x \neq 0$$

Despejamos x:

$$8.100\,x = 27.000 \bullet 3$$

$$x = \frac{81.000}{8.100}$$

$$x = 10$$

FORMA 2

Con los datos del problema, calculamos la constante de proporcionalidad (k).

$$k = \frac{\text{remuneración obtenida}}{\text{horas trabajadas}} = \frac{8.100}{3} \rightarrow 2.700$$

Tenemos que $$k = \frac{\text{nueva remuneración obtenida}}{\text{horas trabajadas}}$$

Reemplazando $$2.700 = \frac{27.000}{x}$$

Despejando $$x = \frac{27.000}{2.700}$$

$$x = 10$$

Respuesta:
Teresa demora 10 horas en obtener una remuneración de $ 27.000



ACTIVIDAD **Resuelva los siguientes problemas:**



1) Cinco metros de tela valen $ 12.000. **¿Cuánto valen 40 metros de la misma tela?**

....

....



2) Un automóvil recorre 1.000 metros en 20 segundos. **¿Qué distancia recorre en 80 segundos, si mantiene una velocidad constante?**

....

....



3) Ocho trabajadores agrícolas trabajan preparando un sembrando de 630 metros cuadrados durante una jornada de ocho horas. **¿Cuántos metros cuadrados para sembrado alcanzarán a preparar 48 trabajadores en las mismas condiciones?**

....

....



4) Un automovilista recorrió 900 km con 60 litros de gasolina. **¿Cuántos litros necesitaría para conducir 1.500 km?**

....

....

5) Resolver la situación de acuerdo con las instrucciones dadas:

Pastel de papas para 4 personas

Instrucciones	Ingredientes
Pelar, lavar y poner a cocer las papas en agua fría con sal. Escurrir y pasarlas por cedazo. Preparar el puré con la mitad de la mantequilla y la leche. Revolver bien. Picar la carne en cuadritos y la cebolla en plumas. Aliñar con sal y pimienta. Freír en una sartén con mantequilla durante 15 minutos. En una fuente enmantequillada, poner una capa de puré, luego el pino de carne, los huevos, y cubrir con el resto del puré. Recubrir con queso rallado y llevar al horno caliente durante unos 20 minutos.	• 1 kg de papas • $\frac{1}{2}$ kg de carne • $1\frac{1}{2}$ cebolla • 2 huevos duros • $\frac{1}{8}$ de queso rallado • 4 cucharadas de aceite • 4 cucharadas de mantequilla • 1 taza de leche. • Sal y pimienta a gusto



a) Completar la siguiente tabla para determinar la cantidad de ingredientes que se necesita para el pastel, de acuerdo con el número de personas que comerán:

Ingredientes / Cantidad de personas	PAPAS	CARNE	CEBOLLAS	HUEVOS DUROS	QUESO RALLADO	CUCHARADAS DE ACEITE	CUCHARADAS DE MANTEQUILLA	TAZAS DE LECHE
4	1 kg.	$\frac{1}{2}$ kg.	$1\frac{1}{2}$ kg.	2	$\frac{1}{8}$ kg.	4	4	1
6								
8								
10								
12								

b) ¿Por qué utilizamos proporcionalidad directa para completar la tabla?

....

....



Realice un gráfico que muestre la relación entre:

1) Número de personas que comen pastel y cantidad de papas utilizadas.

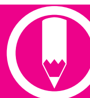
2) Número de personas que comen pastel y cantidad de carne utilizada.

¿Qué puede concluir al observar los gráficos?

PROPORCIONALIDAD INVERSA

Dos variables a y b son inversamente proporcionales cuando al aumentar una, la otra disminuye en la misma proporción.





ACTIVIDAD **Lea cada ejemplo identificando las variables involucradas, distinguiendo si son variables inversamente proporcionales, o no.**

Situaciones	Variables	¿Son inversamente proporcionales? ¿Por qué?
La velocidad de un auto y el tiempo empleado en recorrer una distancia determinada.		
El número de trabajadores y el número de días que tardan en construir un edificio.		
La cantidad de aceite y el número de empanadas que se fríen.		
Los litros de bencina que tiene el estanque de un automóvil y los kilómetros que rinde.		
El número de hermanos y la estatura de los estudiantes de 1er nivel de educación de adultos.		
La cantidad de operarios y el tiempo empleado en pintar una pared de 800 m^2.		



Actividad en el cuaderno

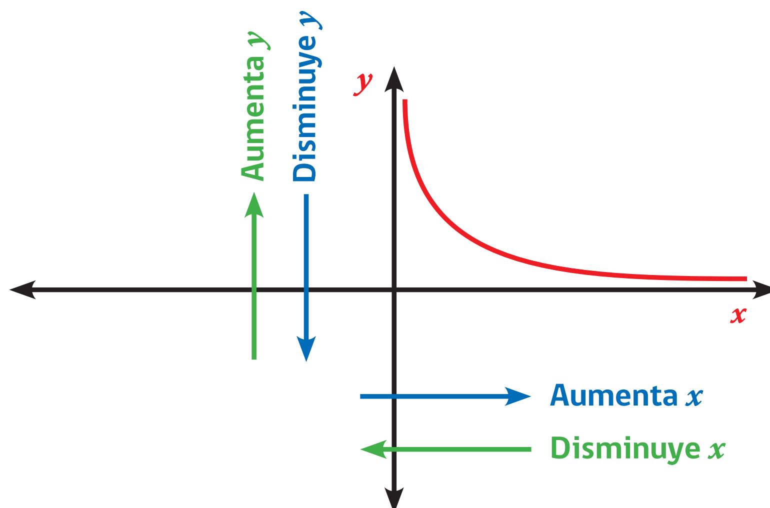
Describa cinco situaciones en las que se observen variaciones proporcionales inversas.

La gráfica muestra en rojo el comportamiento que tienen dos variables (x e y) inversamente proporcionales, si x aumenta y disminuye, si x disminuye y aumenta en ambos casos en forma proporcional.



TIPS

En el gráfico se observa el comportamiento de la variación inversamente proporcional.
Esta curva recibe el nombre de hipérbola equilátera.





Actividad en el cuaderno

Realiza la gráfica de la siguiente tabla de valores.



ACTIVIDAD

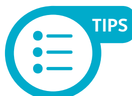
El número de obreros y los días que tardan en pintar una torre representa una situación de proporcionalidad inversa. Complete la siguiente tabla donde se relacionan estas variables.

Nº de obreros	1	2	3		6	9	18
Nº de días	90	45		22,5			5



CARACTERIZACIÓN DE LA PROPORCIONALIDAD INVERSA

Dos variables, x e y, son inversamente proporcionales si el del producto $y \bullet x$ es constante, es decir, $y \bullet x = k$, donde k es la constante de proporcionalidad.



TIPS

La relación de proporcionalidad $y \bullet x = k$, se puede representar por $y = \dfrac{k}{x}$ donde x es distinto de cero, esta expresión, además de representar una hipérbola, sirve para modelar situaciones y problemas que involucran la proporcionalidad inversa.



EJERCICIOS RESUELTOS DE PROPORCIONALIDAD INVERSA

1) Si 25 máquinas *Overlock* producen cierta cantidad de poleras en 120 horas. **¿Cuántas horas demoran 60 máquinas iguales en producir la misma cantidad de poleras?**



x : Número de horas que demoran 60 máquinas.

Solución

a) Datos de problema

Nº de máquinas *Overlock*	Nº de horas de trabajo
25	120
60	x

b) Analizar la proporcionalidad.

Una atenta lectura, permite determinar que: Para una cantidad de poleras constante, si la variable **Nº de máquinas *Overlock*** aumenta, la variable **Nº de horas de trabajo** disminuye en la misma razón, por el contrario, si una variable disminuye, la otra aumenta en la misma razón. Por lo tanto, se trata de una proporción inversa.

c) Plantear la proporción como consecuencia del tipo de proporcionalidad y resolver.

FORMA 1

Con los datos del problema. formaremos las dos razones:

Nº de máquinas: $\frac{25}{60}$ horas de trabajo: $\frac{120}{x}$

Como nuestra proporcionalidad es inversa, invertimos una de las razones.

$$\frac{25}{60} = \frac{x}{120}$$

Despejamos

$25 \cdot 120 = 60x$

$x = \frac{3.000}{60}$

$x = 50$



TIPS

Tenga en consideración que la relación de proporcionalidad k = x • y se cumple para este caso:

$25 \cdot 120 = 50 \cdot 60$

Respuesta:
60 máquinas demoran 50 horas. Notar que para hacer el trabajo en la mitad de tiempo se necesita el doble de máquinas.

2) La velocidad de un automóvil es de 70 km/h y demora 5 horas en recorrer una cierta distancia. **¿Cuántas horas demorará, en recorrer la misma distancia, otro automóvil con una velocidad de 80 km/h?**

Solución

a) Datos de problema:

Velocidad del automóvil (km/h)	Tiempo (horas)
70	5
80	x



x: Tiempo que demora el automóvil con una velocidad de 80 km/h.

b) Analizar la proporcionalidad.

Una atenta lectura, permite determinar que: Para una distancia constante, si la variable **velocidad** aumenta, la variable **tiempo** disminuye en la misma razón, por el contrario, si una variable disminuye, la otra aumenta en la misma razón. Por lo tanto, se trata de una proporción inversa.

c) Plantear la proporción como consecuencia del tipo de proporcionalidad y resolver.

FORMA 1

Con los datos del problema, formaremos las dos razones:

Velocidad $\frac{70}{80}$

Tiempo $\frac{5}{x}$

Como nuestra proporcionalidad es inversa, invertimos una de las razones.

$$\frac{70}{80} = \frac{x}{5}$$

Despejamos

$70 \cdot 5 = 80 \cdot x$

$x = \frac{350}{80}$

$x = 4.375$



TIPS

Observe el procedimiento y podrá ver que se ha calculado la constante de proporcionalidad.

$k = 70 \cdot 5$

$k = 350$

Respuesta:
Aproximando a las décimas, el automóvil se demorará 4,4 horas a una velocidad de 80 km/h.

3) Treinta y seis pintores se demoran 12 días en pintar un edificio.
¿Cuántos días tardarán 24 pintores en realizar el mismo servicio?

Solución

a) Datos del problema:

Nº de pintores	Días de trabajo
36	12
24	x



x : Días que emplean 24 pintores en pintar el edificio.

b) Analizar la proporcionalidad.

Una atenta lectura, permite determinar que: Para el mismo edificio, si la variable **número de pintores** aumenta, la variable **días de trabajo** disminuye en la misma razón, por el contrario, si una variable disminuye, la otra aumenta en la misma razón. Por lo tanto, se trata de una proporción inversa.

c) Plantear la proporción como consecuencia del tipo de proporcionalidad y resolver.

FORMA 1

Con los datos del problema, formaremos las dos razones:

Nº de pintores $\frac{36}{24}$

Días de trabajo $\frac{12}{x}$

Como nuestra proporcionalidad es inversa, invertimos una de las razones.

$$\frac{36}{24} = \frac{x}{12}$$

Despejamos :

$$36 \cdot 12 = 24 \cdot x$$

$$x = \frac{432}{24}$$

$$x = 18$$



TIPS

Observe que la constante de proporcionalidad es 432.

$36 \cdot 12 = 24 \cdot 18$

Respuesta:
24 pintores demorarán 18 días en pintar el edificio.

4) El año pasado se limpió un canal de regadío en 14 días con 120 operarios. Este año se quiere efectuar el mismo trabajo con solo 60 operarios. **¿Cuántos días demorarán en limpiar el canal?**

Solución

a) Datos de problema:

Nº de operarios	Días de trabajo
120	14
60	x



x : Días que demoran 60 operarios en limpiar el canal.

b) Analizar la proporcionalidad.

Una atenta lectura, permite determinar que: Para el mismo trabajo, si la variable **número de operarios** aumenta, la variable **días de trabajo** disminuye en la misma razón, por el contrario, si una variable disminuye, la otra aumenta en la misma razón. Por lo tanto, se trata de una proporción inversa.

c) Plantear la proporción como consecuencia del tipo de proporcionalidad y resolver.

FORMA 1

Con los datos del problema, formaremos las dos razones:

Nº de operarios $\frac{120}{60}$ **días de trabajo** $\frac{14}{x}$

Como nuestra proporcionalidad es inversa, invertimos una de las razones.

$$\frac{120}{60} = \frac{x}{14}$$

Despejamos :

$120 \bullet 14 = 60 \bullet x$

$x = \frac{1.680}{60}$

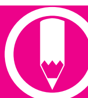
$x = 28$

TIPS

Puede calcular directamente la constante de proporcionalidad después del análisis del tipo de proporcionalidad

$k = 120 \bullet 14$

Respuesta:
60 operarios se demorarán 28 días en limpiar el canal. Note que con la mitad de trabajadores se demoran el doble de días.



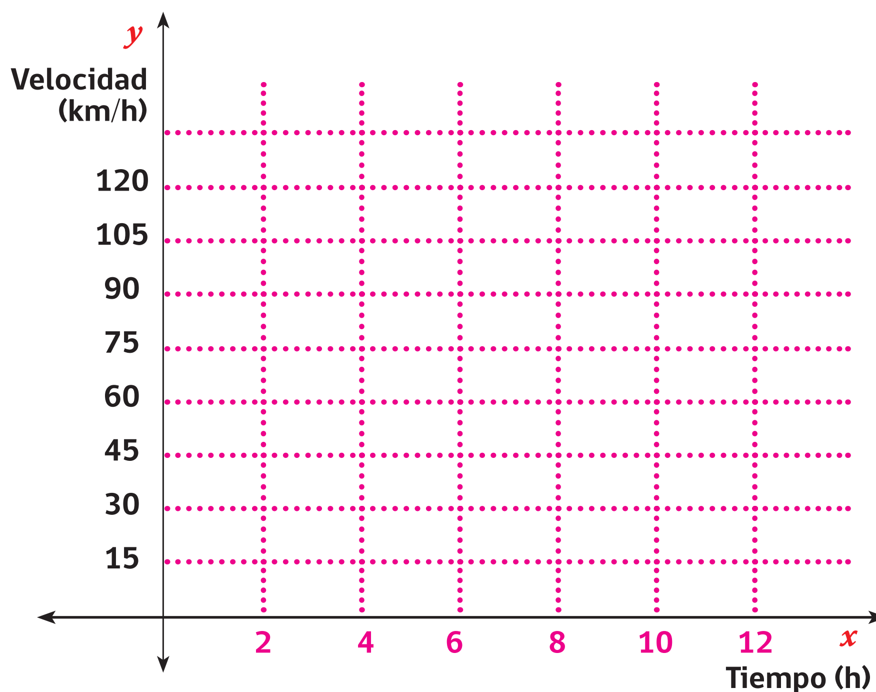
ACTIVIDAD Resuelva la siguiente situación:

1) Como premio por el desempeño laboral, una empresa llevará a sus trabajadores de paseo a un lugar sorpresa. Lo único que se sabe es que viajando a 60 km/h la duración del viaje sería de 4 horas:

a) ¿A qué distancia está la empresa del lugar del paseo?

b) Complete la tabla que muestra la velocidad a la que pueden viajar y el tiempo empleado en cada caso. Luego grafique esta situación:

Tiempo (h)	Velocidad (km/h)
1	
2	
4	60
	40
8	
10	24
12	



c) Si usted une los puntos del gráfico, **¿qué figura se obtiene?**



Resuelva en su cuaderno los siguientes ejercicios y problemas.

1) Con 50 placas solares idénticas se produce energía eléctrica para 72 horas. **¿Cuánto se demorarían 75 placas iguales a las anteriores en producir la misma cantidad de energía en las mismas condiciones solares?**

2) Una motocicleta viajando a 120 km/h tarda 2 horas en hacer un viaje. **¿Cuánto hubiese demorado viajando a 80 km/h?**

3) Catorce máquinas impresoras de iguales características se demoran 15 días en imprimir una cierta cantidad de textos. **¿Cuántos días se demorarán 21 máquinas de iguales caracteristicas en imprimir la misma cantidad de textos?**

4) El año pasado, 40 personas hicieron un canal de regadío en 15 días. Este año se debe efectuar el mismo trabajo en solo 6 días. **¿Cuántas personas hay que contratar?**

5) Descubra y escriba en cada rectángulo el tipo de relación existe entre las variables; directa o inversa en cada una de las tablas:

x	y
4	5
2	10
1	20
0,5	40

x	y
7	21
2	6
10	30
0,5	1,5

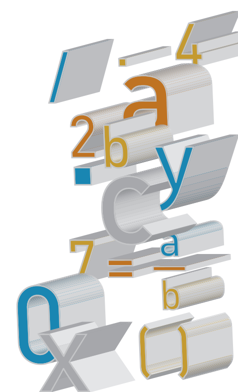
x	y
3	525
5	875
2	350
10	1.750

x	y
3	8
6	4
12	2
1	24





Marque la alternativa correcta



1) Las industrias RCM tienen 120 empleados, incluyendo 15 supervisores.
¿Cuál es la razón entre los supervisores y el resto de los empleados?

a) $\frac{1}{8}$ **b)** $\frac{1}{7}$ **c)** $\frac{2}{7}$ **d)** $\frac{3}{8}$

2) El valor de x en la proporción $\frac{x}{4} = \frac{30}{6}$ es:

a) 6 **b)** 9 **c)** 15 **d)** 20

3) El valor de y en la proporción $\frac{2}{5} = \frac{9}{y}$ es:

a) 17,5 **b)** 18 **c)** 19,5 **d)** 22,5

4) Dos números están en razón $\frac{4}{7}$ y el menor de ellos es 192. **¿Cuál es el otro número?**

a) 109,7 **b)** 144 **c)** 336 **d)** 384

5) Una inversión de $ 700.000 produce una ganancia de $ 42.000 en un año. **¿Qué ganancia producirá a la misma tasa de interés una inversión de $ 450.000, durante el mismo tiempo?**

a) $ 25.333 **b)** $ 27.000 **c)** $ 65.333 **d)** $ 270.000

6) Diez sastres confeccionan una cantidad fija de abrigos en 24 días de trabajo.
¿Cuántos días deben trabajar 12 sastres igualmente eficientes para confeccionar la misma cantidad de abrigos?

a) 10 días **b)** 12 días **c)** 16 días **d)** 20 días

7) La rapidez de un automóvil es de 90 km/h y demora 6 horas en recorrer una cierta distancia.
¿Cuántas horas demorará en recorrer la misma distancia otro automóvil con una rapidez de 120 km/h?

a) 3,5 horas **b)** 4,5 horas **c)** 8 horas **d)** 9 horas

8) Seis trabajadores de jornada completa se demoran 30 días en arreglar una casa. Si la casa debe estar lista en solo 20 días, **¿cuántos trabajadores de jornada completa se necesitan?**

a) 4 **b)** 6 **c)** 8 **d)** 9

Guía de trabajo Nº 2

Porcentajes

50% dcto
sábanas

cojines
$2.990 c/u

zapatos importados
$25.990 + IVA

LIQUIDACIÓN

PROCEDIMIENTOS PARA CÁLCULO DE PORCENTAJE

El cálculo de porcentajes es una aplicación de la proporcionalidad directa al comparar cantidades y unidades de medidas con partes de un ciento. Podemos establecer dos procedimientos de cálculo:

FORMA 1: Aplicación directa

Para el cálculo del t% de una cantidad N

$$\frac{t}{100} \cdot N$$

FORMA 2: Utilizando proporciones

Se plantea una proporción asignando 100 % al total.

$$\frac{t\%}{x} = \frac{100\%}{N}$$

N: una cantidad cualquiera



Ejemplos:

a) Calcular el 8 % de 450

Forma 1: Aplicación directa

$$\frac{8}{100} \cdot 450 \rightarrow \frac{8 \cdot 450}{100} = 36$$

Forma 2: Utilizando proporciones

$$\frac{450}{100} = \frac{x}{8}$$

$$100\,x = 450 \cdot 8 \rightarrow x = \frac{3.600}{100} \rightarrow x = 36$$

Respuesta: El 8 % de 450 es 36

b) Calcular el 30 % del 20 % de 1.200 UF

Forma 1: Aplicación directa

Utilizando el concepto, simplificando y multiplicando:

$$\frac{3\not{0}}{10\not{0}} \cdot \frac{2\not{0}}{10\not{0}} \cdot 1.2\not{0}\not{0} = 3 \cdot 2 \cdot 12 = 72 \text{ UF}$$

Forma 2: Utilizando proporciones

Se calcula el 20 % de 1.200:

$$\frac{1.200}{100} = \frac{x}{20} \rightarrow 100\,x = 1.200 \cdot 20$$

$$x = \frac{24.000}{100} \rightarrow x = 240$$

Luego se calcula el 30 % del 20 % de 1.200, es decir, 30 % de 240:

$$\frac{240}{100} = \frac{x}{30} \rightarrow 100\,x = 240 \cdot 30$$

$$x = \frac{7.200}{100} \rightarrow x = 72 \text{ UF}$$

Respuesta: El 30 % del 20 % de 1.200 UF es 72 UF



Calcule:

a) El 25 % de 55.000

b) El 0,25 % de 2.000.000

c) El 2,7 % de 1.578.000

d) El 125 % de 11.260



EJERCICIOS RESUELTOS

1) **¿Qué cantidad se obtiene, al aumentar 5.600 en un 20 %?**

Forma 1: Aplicación directa

Se pide calcular el 120% de 5.600
el 20% mas.
Calculamos directamente el 120% de 5.600:

$$\frac{12\not{0}}{10\not{0}} \cdot 5.60\not{0} = 6.720$$

Forma 2: Utilizando proporciones

$$\frac{5.600}{100} = \frac{x}{20}$$

Despejamos

$100\,x = 5.600 \cdot 20$

$x = 1.120$

El 20% de 5.600 es 1.120, entonces 5.600 + 1.120 = 6.720 corresponde a la nueva cantidad aumentada en un 20%

Respuesta:
Al aumentar 5.600 en un 20 % se obtiene 6.720

2) **¿Qué cantidad se obtiene al disminuir 5.600 en un 20 %?**

Forma 1: Aplicación directa

Se pide calcular el 80% de 5.600
el 20%menos.
Calculamos directamente el 80% de 5.600:

$$\frac{80}{100} \cdot 5.600 = 4.480$$

Forma 2: Utilizando proporciones

$$\frac{5.600}{100} = \frac{x}{20}$$

Despejamos

$100\,x = 5.600 \cdot 20$

$x = 1.120$

El 20% de 5.600 es 1.120, entonces 5.600 – 1.120 = 4.480 corresponde a la nueva cantidad disminuida en un 20%

Respuesta:
Al disminuir 5.600 en un 20 % se obtiene 4.480



EJERCICIO RESUELTO

3) ¿Que porcentaje es 60 de 1.200?

Se procede a plantear la proporción, teniendo cuidado en escribir la información de manera correcta:

Escribir proporción

$$\frac{1.200}{100} = \frac{60}{x}$$

despejamos la variable

$$1.200\,x = 100 \bullet 60$$

$$x = \frac{100 \bullet 60}{1.200}$$

$$x = \frac{60}{12}$$

$$x = 5$$

Respuesta: 60 es el 5 % de 1.200

4) 50 es el 20% ¿de qué cantidad?

Se procede a plantear la proporción, teniendo cuidado en escribir la información de manera correcta:

Escribir proporción

$$\frac{50}{20} = \frac{x}{100}$$

despejamos la variable

$$50 \bullet 100 = 20\,x$$

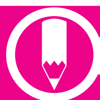
$$x = \frac{5000}{20}$$

$$x = 250$$

Respuesta: 50 es el 20% de 250



1) ¿Que cantidad se obtiene al aumentar 7.500 en un 5%
2) ¿Que cantidad se obtiene al disminuir 7.500 en un 20%
3) Rosita recibe un sueldo bruto de $300.000 y le descuentan un 20% para AFP y Fonasa. ¿Cuanto dinero recibe de sueldo líquido?
4) Luis recibe un sueldo liquido de $250.000 y le dan un bono de producción del 30% del sueldo liquido ¿Cuanto dinero recibe en total?
5) ¿Que número disminuido en 19% resulta ser 55.522?
6) ¿Que número aumentado en 36% resulta ser 47.060?



ACTIVIDAD **Resuelva los siguientes ejercicios:**

1) Responda:



a) **¿Qué porcentaje es 60 de 2.400?**

. . . .

b) **¿Qué porcentaje es 75 de 56.400?**

. . . .

c) **¿Qué porcentaje es 1.200 de 1.200?**

. . . .

d) **¿De qué cantidad es 56 el 7 %?**

. . . .

e) **¿De qué cantidad es 328 el 42 %?**

. . . .

f) **¿De qué cantidad es 0,5 el 20 %?**

. . . .

2) Un comerciante compra computadores a $ 456.000.
¿A qué precio tiene que venderlos para ganar el 15 %?

. . . .

3) Una persona pagó $ 1.672 por una caja de CD después de recibir un descuento del 12 %.
¿Cuál era el precio de la caja antes del descuento?

. . . .

4) Al vender una impresora en $ 91.020 se gana el 11 % del precio de compra.
¿Cuánto había costado la impresora?

. . . .

5) Lorena compró una mercadería por $ 500.000 y la vendió a $ 700.000.
¿Cuál es el porcentaje de ganancia que obtuvo?

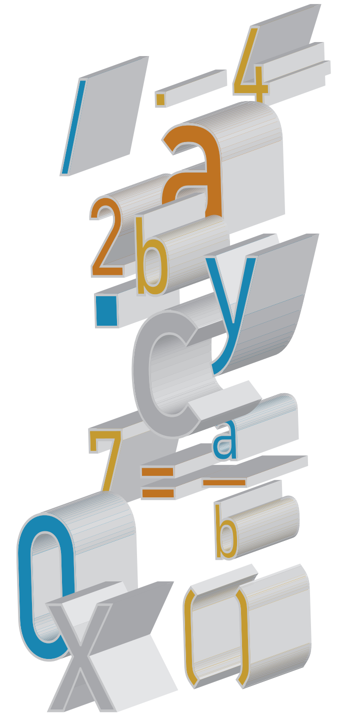
. . . .

6) De los 3.000 alumnos de un instituto, el 40 % son mujeres.
¿Cuántos varones hay en el instituto?

. . . .



Marque la alternativa correcta:



1) El 15 % de 1.340 es:

a) 201 **b)** 205 **c)** 210 **d)** 215

2) ¿Qué porcentaje de 7.000 representa el número 2.800?

a) 30 % **b)** 40 % **c)** 50 % **d)** 250 %

3) ¿De qué número es 780 el 150 %?

a) 500 **b)** 520 **c)** 600 **d)** 1.170

4) Al comprar una polera a $ 12.400, se hizo un descuento de $ 3.100.
¿Qué porcentaje tenía de descuento?

a) 20 % **b)** 24 % **c)** 25 % **d)** 33 %

5) Una persona pidió un préstamo de $ 7.200.000, y tuvo que pagar $ 7.848.000.
¿Qué porcentaje de interés pagó por el préstamo?

a) 8 % **b)** 8,5 % **c)** 9 % **d)** 9,5 %

6) ¿Qué porcentaje de rebaja se hace en una deuda de $ 45.000 que se reduce a $ 36.000?

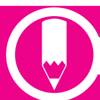
a) 15 % **b)** 20 % **c)** 25 % **d)** 80 %

7) Si al invertir $ 60.000 se pierde un 8 %. **¿A cuánto asciende la pérdida?**

a) $ 4.000 **b)** $ 4.800 **c)** $ 5.000 **d)** $ 55.200

8) Un curso tiene 40 hombres y 25 mujeres. Ayer faltó el 15 % de los hombres y el 4 % de las mujeres.
¿Cuántas personas faltaron en total?

a) 5 **b)** 6 **c)** 7 **d)** 8



ACTIVIDAD Complete las siguientes tablas aplicando porcentajes

1) El sueldo de Juan Pablo se reajusta un 2 % cada mes. En enero ganó \$ 200.000. Calcule el sueldo que recibirá en los siguientes meses:

Enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo	Junio	Julio	Agosto	Septiembre	Octubre
\$ 200.000	\$ 204.000	\$ 208.080							



TIPS

Sueldo de febrero

Se calcula el 2 % de 200.000:

$\frac{2}{100}$ • 200.000 = 4.000, el resultado se suma a 200.000.

Es decir en febrero ganó \$ 204.000.



TIPS

Sueldo de marzo

Ahora debe calcular el 2 % de 204.000:

$\frac{2}{100}$ • 204.000 = 4.080

el resultado lo suma a 204.000.

Es decir, en marzo ganó \$ 208.080.

2) Cada estudiante de contabilidad, como parte de un proyecto de estudio, compró mercadería y luego la vendió. Algunos obtuvieron ganancias y otros obtuvieron pérdidas.
Complete los casilleros en blanco de la tabla que describe la situación.

Estudiante	Precio de compra (\$)	Precio de venta (\$)	Ganancia (%)	Pérdida (%)
Flor	150.000	175.500		
Ximena	285.760		20	0
Carlos		350.000	25	
Julia	134.460	127.737		
Miguel	225.000		0	16
María		262.000		8



Resuelva las siguientes situaciones:

1) Marta tiene $ 58.500 y gastó un 20 % para comprar un par de chalas que estaban rebajadas en un 10 %. **¿Cuánto costaba el par de chalas antes de ser rebajadas?**

2) Juan se compró un par de calcetines el lunes, el día martes su precio subió en un 15 % y bajó un 10 % el miércoles. Si el miércoles el precio de venta es de $ 1.035. **¿Cuánto pagó Juan por el producto el día lunes?**

3) Francisca respondió correctamente 170 preguntas de una prueba que le hicieron en su empresa. Si esta cantidad de preguntas corresponde al 68 %, **¿cuántas preguntas tenía la prueba?**

4) En nuestro país, el Impuesto al Valor Agregado (IVA) es de 19 %.

- **a)** Si el valor del articulo sin IVA es $ 56.000.
  ¿Cuánto cuesta el artículo con IVA y cuál es el valor del IVA?
- **b)** Si por un artículo se pagó $ 4.370 de IVA.
  ¿Cuánto cuesta el artículo sin IVA y cuánto cuesta con IVA?
- **c)** Por un artículo se pagó $ 719.950 con IVA incluido.
  ¿Cuánto costó el artículo sin IVA y cuánto se pagó de IVA?

5) Cada año los sueldos se reajustan de acuerdo al Índice de Precios al Consumidor (IPC). Si el año 2004 el IPC fue de un 2,5 % y mi sueldo mensual en ese año fue equivalente a $ 750.000.

- **a) ¿A cuánto dinero corresponde mi aumento?**
- **b) ¿Cuál fue mi sueldo en el año 2005?**

6) Complete una liquidación de sueldo para cada caso:

LUZ DIAZ S.A. LIMITADA

LIQUIDACIÓN DE SUELDO

FECHA:

NOMBRE	:
SUELDO IMPONIBLE	:
PREVISIÓN (12,6 %)	:
SALUD (7 %)	:
TOTAL DESCUENTOS	:
SUELDO LÍQUIDO	:

a) El sueldo imponible es $ 600.000.

b) El sueldo líquido es $ 250.000.

c) La cantidad de dinero destinada a previsión es $ 81.900.



Marque la alternativa correcta:

1) El precio de un alicate es $ 1.210. Durante los años anteriores, el precio se incrementó en un 10 % anual. **¿Cuál era el precio del alicate hace 2 años?**

a) $ 991 **b)** $ 1.000 **c)** $ 1.100 **d)** $ 1.200

2) Cada año los sueldos, en mi trabajo, se reajustan de acuerdo al IPC. Este año el IPC corresponde a un 8,7 % y yo gano $ 230.000, **¿en cuánto dinero aumentará mi sueldo?**

a) $ 20.010 **b)** $ 20.100 **c)** $ 21.000 **d)** $ 21.100

3) Al llegar a una desarmaduría de automóviles, a Felipe le ofrecen el repuesto que necesita a un precio de $ 16.500, pero le hacen un 10 % de descuento. **¿Cuánto debe pagar por el repuesto?**

a) $ 14.850 **b)** $ 15.000 **c)** $ 15.850 **d)** $ 16.000

4) El plan de bonos de una compañía metalúrgica, establece que los empleados recibirán un bono equivalente al 8 % de su salario anual al término del año. Si el soldador recibe durante todo el año un total de $ 3.888.000, incluyendo el bono, **¿cuál es su salario anual?**

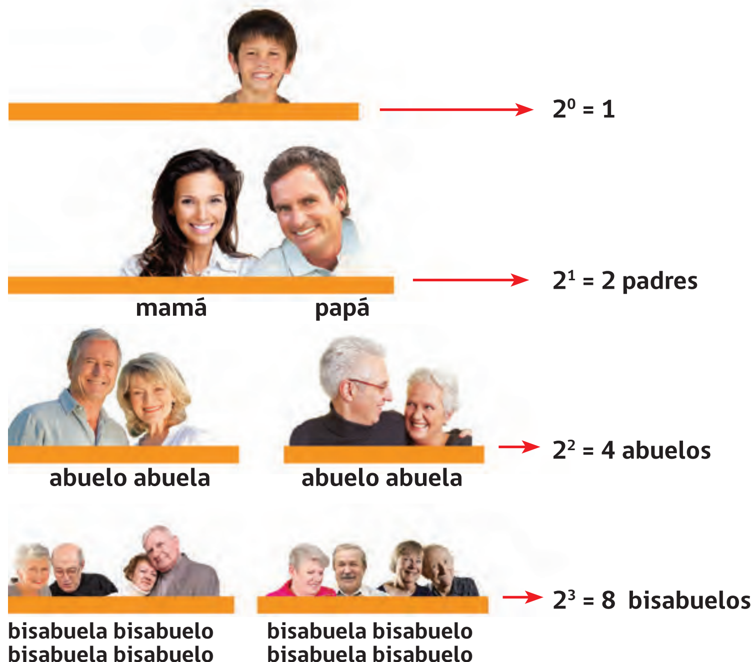
a) $ 3.000.000 **b)** $ 3.500.000 **c)** $ 3.600.000 **d)** $ 3.700.000

5) Un trabajador recibe un aumento de $ 15.000, lo que equivale al 6 % de su salario.
¿Cuál es su nuevo salario?

a) $ 250.000 **b)** $ 255.000 **c)** $ 260.000 **d)** $ 265.000



Guía de trabajo Nº 3
Potencias





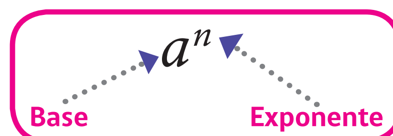
Contenidos

- **Potencias con base racional y exponente entero.**
- **Interpretación de potencias de base racional y exponente entero.**
- **Utilización de potencias de base 10 para escribir grandes y pequeños números.**
- **Notación Científica.**
- **Propiedades de las potencias.**



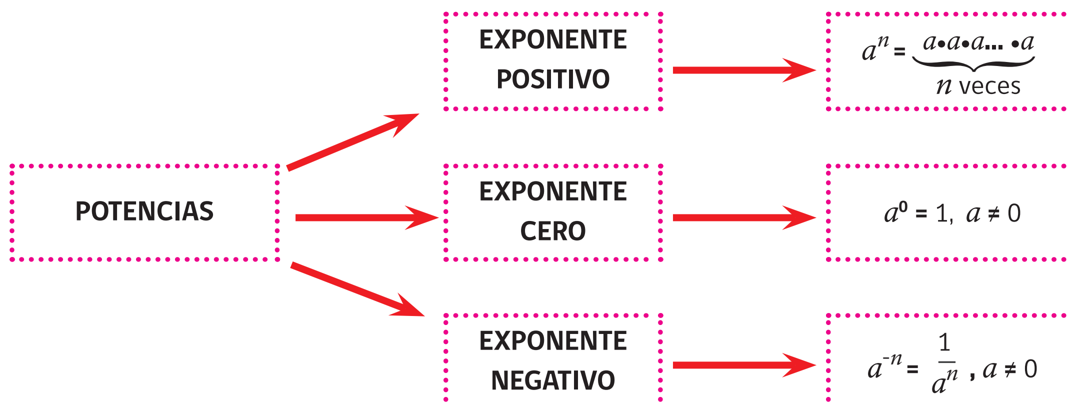
POTENCIA

Una potencia de exponente entero es una forma abreviada de escribir una multiplicación. Se escribe:



Se lee « a elevado a n »

Si a es un número real y n un número entero, podemos definir una potencia de la siguiente forma:

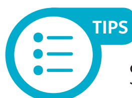




ACTIVIDAD **Resuelva cada ejercicio de acuerdo con las instrucciones dadas**

1) Calcule el valor de las siguientes potencias:

a) $2^4 =$	**b)** $5^2 =$	**c)** $7^2 =$
d) $3^{-4} =$	**e)** $6^{-2} =$	**f)** $-7^0 =$
g) $(-7)^{-2} =$	**h)** $6^0 =$	**i)** $-(-2)^2 =$
j) $(-2)^8 =$	**k)** $1^{-2} =$	**l)** $-7^{-2} =$



TIPS

Si la base de una potencia es negativa, el signo del resultado dependerá si el exponente es par o impar:

- Si el exponente es par, el resultado es positivo.
- Si el exponente es impar, el resultado es negativo.



PROPIEDADES DE LAS POTENCIAS

Las potencias se pueden operar de acuerdo a las siguientes propiedades:

1) $a^n \bullet a^m = a^{n+m}$

2) $a^n : a^m = a^{n-m}$ o bien $\dfrac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$

3) $a^n \bullet b^n = (a \bullet b)^n$

4) $(a^n)^m = a^{n \bullet m}$

5) $\left(\dfrac{a}{b}\right)^n = \dfrac{a^n}{b^n}, b \neq 0$

6) $\left(\dfrac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\dfrac{b}{a}\right)^n, a, b \neq 0$





Resuelva cada ejercicio de acuerdo con las instrucciones dadas

1) Calcule el valor de las siguientes potencias de base racional y exponente positivo:

a) $\left(\frac{1}{2}\right)^3 =$ **b)** $\left(\frac{2}{3}\right)^5 =$ **c)** $\left(\frac{5}{4}\right)^2 =$

d) $\left(-\frac{2}{5}\right)^2 =$ **e)** $\left(-\frac{6}{5}\right)^3 =$ **f)** $\left(-\frac{3}{2}\right)^4 =$

2) Calcule el valor de las siguientes potencias de base racional y exponente negativo:

a) $\left(\frac{3}{2}\right)^{-2} =$ **b)** $\left(\frac{5}{6}\right)^{-1} =$ **c)** $\left(\frac{7}{2}\right)^{-3} =$

d) $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-1} =$ **e)** $\left(-\frac{4}{7}\right)^{-2} =$ **f)** $\left(-\frac{3}{5}\right)^{-3} =$

3) En cada caso, reduzca las expresiones:

a) $\frac{6^3 \cdot 6^7}{6^4 \cdot 6^6} =$ **b)** $\frac{5^3 \cdot 5^{-2}}{5^8 \cdot 5^7} =$ **c)** $\frac{8^9 \cdot 8^{-2}}{8^{10} \cdot 8^{-6}} =$

d) $\frac{(5^4)^2 \cdot (5^3)^{-2}}{(5^{-2})^3 \cdot 5^{-5}} =$ **e)** $\frac{5^{-1}}{4^2 + 3^2} =$ **f)** $\frac{2^{-2} + 2^3}{5 \cdot 3^{-1} + (-4)^2} =$

POTENCIAS Y NOTACIÓN CIENTÍFICA

La notación científica permite escribir de forma abreviada números muy grandes o muy pequeños. Un número se escribe en notación científica de la forma: $A \times 10^{n}$, donde A es un número mayor o igual que 1 y menor que 10; y n es un número entero.

Ejemplos:

a) $7{,}65 \times 10^{5} = 765.000$

b) $1{,}0834 \times 10^{6} = 1.083.400$

c) $3{,}075 \times 10^{3} = 3.075$

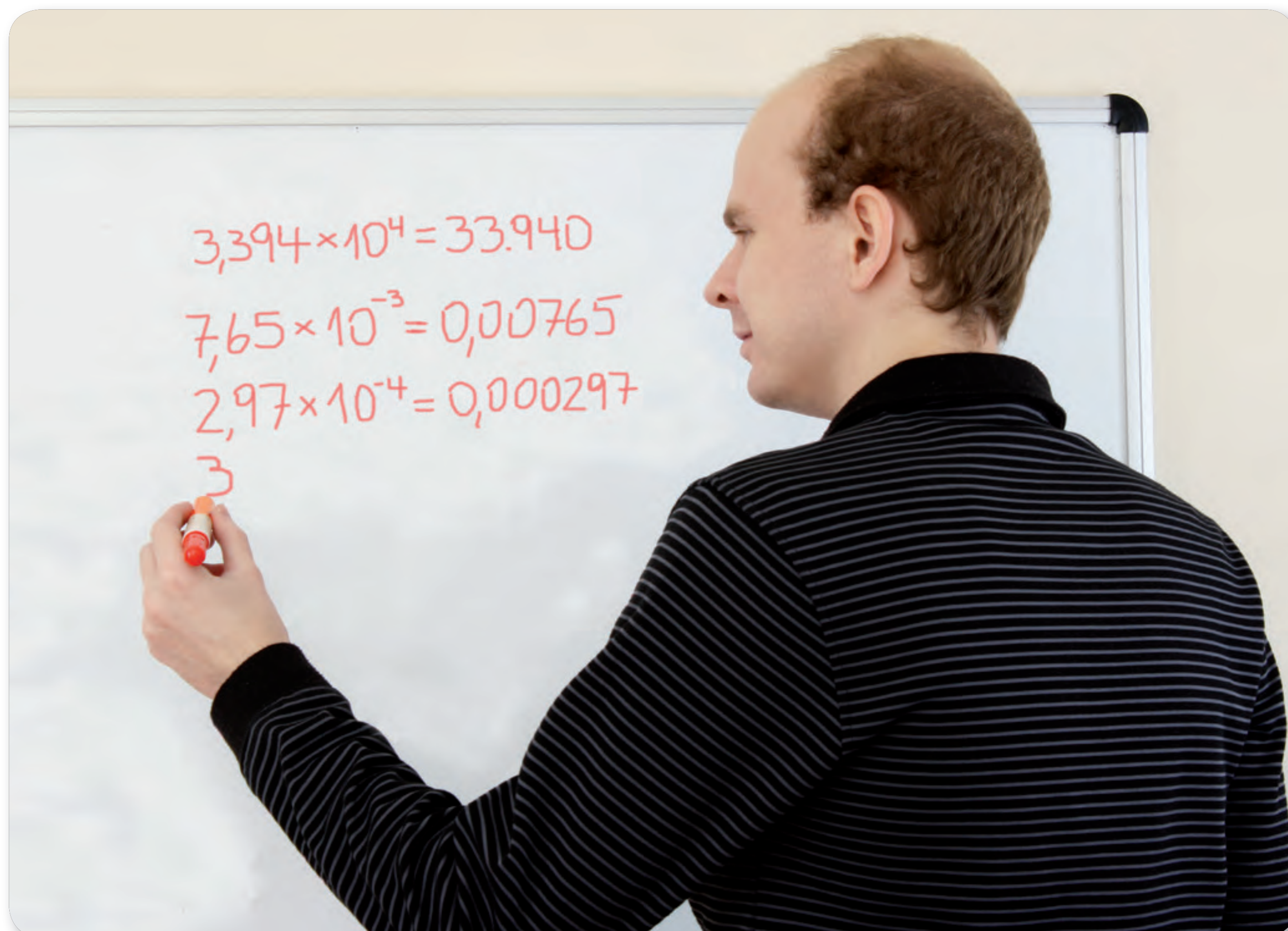
d) $5{,}394 \times 10^{4} = 53.940$

e) $7{,}65 \times 10^{-3} = 0{,}00765$

f) $5{,}394 \times 10^{-4} = 0{,}0005394$

g) $3{,}075 \times 10^{-3} = 0{,}003075$

h) $2{,}97 \times 10^{-4} = 0{,}000297$





Resuelva cada ejercicio de acuerdo a las instrucciones dadas:

1) Observe atentamente la tabla y escriba en la columna de la derecha el proceso de transformar un número desde notación científica a decimal y viceversa:

Notación científica	Notación decimal	Descripción del proceso
$6{,}34 \times 10^{7}$	63.400.000	
$6{,}34 \times 10^{6}$	6.340.000	
$6{,}34 \times 10^{5}$	634.000	
$6{,}34 \times 10^{4}$	63.400	
$6{,}34 \times 10^{3}$	6.340	
$6{,}34 \times 10^{2}$	634	
$6{,}34 \times 10^{1}$	63,4	
$6{,}34 \times 10^{0}$	6,34	
$6{,}34 \times 10^{-1}$	0,634	
$6{,}34 \times 10^{-2}$	0,0634	
$6{,}34 \times 10^{-3}$	0,00634	
$6{,}34 \times 10^{-4}$	0,000634	
$6{,}34 \times 10^{-5}$	0,0000634	
$6{,}34 \times 10^{-6}$	0,00000634	
$6{,}34 \times 10^{-7}$	0,000000634	

2) ¿Cuál es la notación decimal de 6,34 • 100? Justifique su respuesta:

....

3) Los siguientes números están escritos en notación científica. Escríbalos en notación decimal.

a) $6{,}8 \times 10^{3}$ = ☐ **b)** $9{,}3 \times 10^{7}$ = ☐ **c)** 5×10^{4} = ☐

d) $2{,}5 \times 10^{-1}$ = ☐ **e)** $7{,}2 \times 10^{-2}$ = ☐ **f)** $4{,}7 \times 10^{-5}$ = ☐

4) Escriba los siguientes números en notación científica.

a) 93.000.000 = ☐ **b)** 68.000 = ☐ **c)** 160.723,4 = ☐

d) 7.281,3 = ☐ **e)** 0,08 = ☐ **f)** 0,000047= ☐



Usando una calculadora científica, realice las siguientes operaciones y escriba el resultado en notación científica.

a) 9.800.000 • 4.500.000 =

b) 2.540.000 • 1.900.000 =

c) 8.100.00 • 6.500.000 =

d) 5.260.420 • 2.682.521 =

e) $(2{,}52 \times 10^{-2}) : (4{,}2 \times 10^{-3}) =$

f) $(4{,}1 \times 10^{2}) \bullet (2 \times 10^{-3}) =$

g) $(6 \times 10^{-3}) \bullet (2{,}2 \times 10^{3}) =$

h) $(3{,}2 \times 10^{-3}) : (2{,}16 \times 10^{4}) =$



EVALUACIÓN FINAL

I) Marque la alternativa correcta.

1) El valor de la potencia $(-4)^4$ es:

a) – 256 **b)** –16 **c)** 16 **d)** 256

2) El valor de la potencia -2^6 es:

a) – 64 **b)** –34 **c)** 32 **d)** 64

3) El valor de la potencia $(-2)^{-5}$ es:

a) – 0,0625 **b)** – 0,03125 **c)** 0,125 **d)** 0,25

4) El valor de la potencia $\left(\frac{2}{5}\right)^{-1}$ es:

a) $-\frac{25}{4}$ **b)** $\frac{4}{25}$ **c)** $\frac{5}{2}$ **d)** $\frac{25}{4}$

5) El valor de la expresión $\frac{2^5 \bullet 2^4}{2^7}$ es:

a) 2 **b)** 4 **c)** 8 **d)** 16

6) La expresión $6{,}25 \times 10^6$ representa al número:

a) 6.250 **b)** 62.500 **c)** 625.000 **d)** 6.250.000

7) La expresión $2{,}1 \times 10^{-4}$ representa al número:

a) 0,00021 **b)** 0,0021 **c)** 0,021 **d)** 0,21

8) Al realizar la operación $(4{,}2 \times 10^{6}) \cdot (2 \times 10^{-5})$ se obtiene el número:

a) 8,4 **b)** 84 **c)** 840 **d)** 8.400

II) Lea atentamente la situación y responda cada pregunta de acuerdo a las instrucciones dadas:

EL 30 % DE LOS HOGARES A NIVEL NACIONAL FUE VÍCTIMA DE ALGÚN DELITO EN 2011.

La Encuesta Nacional Urbana de Seguridad Ciudadana (ENUSC), realizada durante el año 2011, evidenció que el porcentaje de hogares a nivel nacional que ha sido víctima de algún delito fue de 30%; cifra que implica un aumento en 126.135 hogares victimizados a nivel nacional y un alza de 3 puntos porcentuales respecto a la medición del año 2010. No obstante, entre los años 2005 y 2011, la estadística de hogares victimizados muestra una disminución de 7 puntos porcentuales.

Fuente: Instituto Nacional de Estadísticas (INE), 5 de abril de 2012.

Marque la alternativa correcta

Según los datos obtenidos desde la ENUSC:

1) ¿Cuál era el porcentaje de hogares victimizados en el año 2010?

a) 23 % **b)** 27 % **c)** 33 % **d)** 37 %

2) ¿Cuál es la razón entre hogares victimizados y no victimizados el año 2011?

a) 3:10 **b)** 3:7 **c)** 7:3 **d)** 10:3

3) ¿Cuál era el porcentaje de hogares victimizados en el año 2005?

a) 23 % **b)** 27 % **c)** 33 % **d)** 37 %



Actividad en el cuaderno

Responda las siguientes preguntas

según los datos obtenidos desde la ENUSC **(incluya los cálculos)**

1) ¿Cuántos hogares fueron víctimas de delito en 2010?

2) ¿Cuántos hogares fueron víctima de delitos en 2011?

Bibliografía

1) Decreto Supremo de Educación Nº 211 de 2009 que reemplaza el Decreto Nº 131 de 2003 sobre nivelación de estudios de adultos. MINEDUC.

2) Decreto Supremo de Educación Nº 257 de 2009 que deroga Decreto Supremo de Educación Nº 239 de 2004 sobre el marco curricular de la educación de adultos.

3) Peterson, John A. y cols. (2002). *Teoría de la Aritmética*. Ciudad de México, México: Editorial Limusa-Wiley.

4) Zill, D. y Dewar, J. (1996) *Álgebra y Trigonometría*. McGraw-Hill. Ciudad de México, México: Editora Prentice Hall.

5) Swokowski, E. y Cole, J. (2002). *Álgebra y Trigonometría con Geometría Analítica*. 12º Edición. Ciudad de México, México: Editorial Cengage.

Sitios Web

Proporcionalidad:

1) www.educarchile.cl/Portal.Base/Web/VerContenido.aspx?ID=137520

2) www.profesorenlinea.cl/matematica/Proporcionalidad.htm

3) www.aplicaciones.info/decimales/propo02.htm

4) www.hverdugo.cl/matematica/psU/guias/proporcionalidad.pdf

Porcentajes:

1) www.sectormatematica.cl/media/NM1/NM1_porcentaje_alternativas.doc

2) www.profesorenlinea.cl/matematica/Porcentaje_calcular.html

Potencias:

1) www.sectormatematica.cl/basica/santillana/potencias.pdf

2) www.profesorenlinea.cl/matematica/Potenciabaseentera.htm





Ministerio de Educación

Gobierno de Chile